OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 08.02.2025

CLASA a VI - a

BAREM DE CORECTARE

Problema 1.

Numerele naturale a si b sunt direct proporționale cu numerele 35 și 21. Cât la sută reprezintă diferența celor două numere, din suma lor?

BAREM:

Din $\{a, b\}$ *direct proporționale cu* $\{35, 21\} \Longrightarrow \begin{cases} \frac{a}{35} = \frac{b}{21} = k \\ a > b \end{cases}$ 1p

Deci: $\begin{cases} a = 35k \\ b = 21k \end{cases}$ 2p

Așadar $\begin{cases} a + b = 56k \\ a - b = 14\,k \end{cases}$ 2p

Avem : $x\% \cdot 56k = 14k$ 1p

$x = 25$ 1p

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Problema 2.

Raportul dintre măsura complementului unui unghi și măsura suplementului acestuia este egal cu 0,1(6). Aflați unghiul.

BAREM:

Fie x=unghiul cerut	$\Longrightarrow$	complementul=90^0-x^0	1p
	$\Longrightarrow$	suplementul=180^0-x^0	1p

Avem; $\frac{90-x}{180-x} = 0{,}1(6)$ 1p

Deci; $\frac{90-x}{180-x} = \frac{1}{6}$ 1p

$(90 - x) \cdot 6 = 180 - x$ 1p

$x = 72^0$ 2p

Problema 3.

Un număr natural de forma $\overline{abcd}$ se numeşte "îndrăzneţ"dacă $5 \cdot \overline{ab} = 7 \cdot \overline{cd}$.

a) Arătaţi că orice număr "îndrăzneţ"se divide cu 141.

b) Calculaţi suma tuturor numerelor "îndrăzneţe".

BAREM:

a) $\overline{abcd} = 100 \cdot \overline{ab} + \overline{cd}$ 1p

$\overline{abcd} = 20 \cdot 5 \cdot \overline{ab} + \overline{cd} = 20 \cdot 7 \cdot \overline{cd} + \overline{cd} = 141 \cdot \overline{cd}$ 1p

Deci $\overline{abcd}$ se divide cu 141 1p

b) Din $5 \cdot \overline{ab} = 7 \cdot \overline{cd}$ şi (5,7)=1 atunci $\overline{cd}$ se divide cu 5 $\rightarrow \overline{cd} \in \{10,15, \dots\dots,95\}$ 1p

Cel mai mic număr "îndrăzneţ" este $141 \cdot 10$ 1p

Cel mai mare număr "îndrăzneţ" este: $141 \cdot 70$ 1p

$141 \cdot 10 + 141 \cdot 15 + \dots + 141 \cdot 70 = 141 \cdot 5 \cdot (2 + 3 + .. + 14) = 73\ 320$ 1p

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Problema 4

Considerăm unghiurile adiacente $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$, cu $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC < 180^0$. Notăm cu OM și ON bisectoarele unghiurilor AOB, respectiv BOC, iar cu OP bisectoarea unghiului MON.

Știind că măsura suplementului unghiului AOC este de 4 ori mai mare decât măsura unghiului POB, arătați că unul din unghiurile AOB sau BOC este drept.

GM nr. 11/2023 Adrian Bud, Negrești Oaș

BAREM:

Notăm $\left.\begin{array}{r} \widehat{AOB} = 2x \\ \widehat{BOC} = 2y \end{array}\right| \Longrightarrow \begin{array}{l} \widehat{MOP} = \widehat{PON} = \frac{\widehat{MON}}{2} = \frac{X+Y}{2} \\ \widehat{AOP} = \widehat{AOM} + \widehat{MOP} = \frac{3x+y}{2} \end{array}$ 2p

$\widehat{AOC} < 180° \Longrightarrow sup_{\widehat{AOC}} = 180° - 2x - 2y \Rightarrow \widehat{POB} \neq 0°$ și avem două cazuri. 1p

Caz 1.

$\boldsymbol{\widehat{AOP} > \widehat{AOB}} \Rightarrow \frac{3x+y}{2} > 2x \Longrightarrow y > x \Rightarrow \widehat{BOP} = \widehat{AOP} - \widehat{AOB} = \frac{3x+y}{2} - 2x = \frac{y-x}{2}$ 1p

$\Rightarrow 180° - 2x - 2y = 4 \bullet \frac{y-x}{2} \Rightarrow y = 45^0 \Rightarrow \widehat{BOC} = 90^0$ 1p

Caz 2.

$\boldsymbol{\widehat{AOP} < \widehat{AOB}} \Rightarrow \frac{3x+y}{2} < 2x \Longrightarrow y < x \Rightarrow \widehat{BOP} = \widehat{AOB} - \widehat{AOP} = 2x - \frac{3x+y}{2} = \frac{x-y}{2}$ 1p

$\Rightarrow 180° - 2x - 2y = 4 \bullet \frac{x-y}{2} \Rightarrow x = 45^0 \Rightarrow \widehat{AOB} = 90^0$ 1p